

Пусть  $m$  - некоторый текст (необязательно соответствующий PKCS паддингу),  $c = E(m)$  - зашифрованный текст, длина текста -  $k$  байт. Обозначим за  $B = 2^{8(k-1)}$ . Пусть у нас есть оракул, отвечающий на следующий вопрос: соответствует ли текст  $m$  паддингу PKCS (оракул получает текст в зашифрованном виде, т.е. получает  $E(m)$ ).

Перед тем, как описать алгоритм поиска  $m$ , сделаем несколько замечаний: Пусть  $m_1$  соответствует PKCS паддингу и пусть  $s > 1$  - такое число, что  $m_2 = m_1 s \bmod n$  - соответствует PKCS паддингу. Тогда:

- $m_1 \in \{[2B, 3B - 1]\}$
- $m_2 \in \{[2B, 3B - 1]\}$
- $m_2 = m_1 s - rn$ , где  $r$  - некоторое натуральное число
- $\frac{2B - rn}{s} \leq m_2 \leq \frac{3B - 1 - rn}{s}$
- $r = \frac{m_1 s - m_2}{n}$
- $\frac{2Bs - 3B + 1}{n} \leq r \leq \frac{(3B - 1)s - 2B}{n}$

Пусть  $s = \frac{n}{3B}$ , тогда  $r < 1$ . Поэтому  $s \geq \frac{n}{3B}$ .

Опишем алгоритм, который по  $c$  находит  $m$ .

1. Начальный шаг.

Найдём такое  $s_0$ , что  $ms_0 \bmod n$  соответствует PKCS паддингу. Если  $m$  изначально соответствовало PKCS паддингу, то берем  $s = 1$ , иначе подбираем  $s$  простым "угадыванием". Получаем следующее:

- $c_0 \leftarrow c(s_0)^e \bmod n$
- $M_0 \leftarrow \{[2B, 3B - 1]\}$  - интервал, в который может входить  $ms_0$
- $i \leftarrow 1$  - номер итерации алгоритма.

2. Поиск сообщения, соответствующего PKCS паддингу.

2.1. Если  $i = 1$ , то:

находим такое наименьшее  $s_1 \geq \frac{n}{3B}$ , что  $c_0(s_1)^e \bmod n$  соответствует PKCS паддингу (почему  $s_1 \geq \frac{n}{3B}$ , мы объяснили выше).

2.2. Если  $i > 1$  и количество интервалов в  $M_{i-1}$  как минимум 2, то: находим такое наименьшее  $s_i > s_{i-1}$ , что  $c_0(s_i)^e \bmod n$  соответствует PKCS паддингу.

2.3. Если  $i > 1$  и количество интервалов в  $M_{i-1}$  равно 1 (т.е.  $M_{i-1} = [a, b]$ ), то:  
находим такие "небольшие"  $r_i \geq 2^{\frac{bs_{i-1}-2B}{n}}$  и  $\frac{2B+r_in}{b} \leq s_i < \frac{3B+r_in}{a}$ , что  $c_0(s_i)^e \bmod n$  соответствует РКCS паддингу.

3. Сужение множества решений.

После того, как  $s_i$  было найдено, множество  $M_i$  ищется следующим образом:

$M_i \leftarrow \bigcup_{(a,b,r)} \{[\max(a, \lceil \frac{2B+rn}{s_i} \rceil), \min(b, \lfloor \frac{3B-1+rn}{s_i} \rfloor)]\}$  для всех  $[a, b] \in M_{i-1}$  и  $\frac{as_i-3B+1}{n} \leq r \leq \frac{bs_i-2B}{n}$ .

4. Вычисление ответа.

Если  $M_i$  содержит один интервал длины 1 (т.е.  $M_i = [a, a]$ ), то:  
 $m \leftarrow a(s_0)^{-1} \bmod n$  и возвращаем  $m$  как решение ( $m$  можно найти с помощью расширенного алгоритма Евклида). Иначе, увеличить  $i$  на 1 и вернуться на шаг 2.

Корректность алгоритма доказывается по индукции. Более подробное доказательство, а так же оценку времени работы можно найти в оригинальной статье.